

Routes de collecte du lait de la Fédération des producteurs de lait du Québec

Louis-Martin Rousseau

Coordonnateur, CIRRELT et École Polytechnique de Montréal

Réjean Robitaille

Représentant industriel, FPLQ

Michel Gendreau

Professeur, CIRRELT et École Polytechnique de Montréal

Guillaume Provencher

Étudiant, Université de Montréal

Alessandro Zanarini

Étudiant, École Polytechnique de Montréal

Marie-Ève Rancourt

Rédactrice, HEC Montréal

1. Introduction

L'industrie laitière est la première industrie agricole en importance au Québec. À la fin de 2006, la production de lait des fermes laitières québécoises s'élevait à près de trois milliards de litres et correspondait à près de 2 milliards de dollars. La gamme des produits laitiers fabriqués au Québec ne cesse de s'élargir : la grande variété des fromages québécois est sûrement le meilleur exemple illustrant la diversité des produits dérivés du lait au Québec. Les exportations de produits laitiers sont devenues plus importantes que les importations, ce qui est un autre signe de la vitalité de l'industrie laitière.

Les quelque 7000 fermes laitières québécoises mettent collectivement en marché leur lait par l'intermédiaire du programme à frais partagés des producteurs de lait du Québec. La Fédération des producteurs de lait du Québec (FPLQ) est une fédération de 14 syndicats fondée en 1983. Les producteurs de lait ont délégué à la FPLQ la responsabilité de négocier l'ensemble des conditions de vente avec les transformateurs. La FPLQ a adopté un système de gestion de l'offre afin d'établir un équilibre entre l'offre et la demande de lait et de produits laitiers. Par ailleurs, les conditions de transport du lait sont négociées avec les transporteurs par la FPLQ et font partie d'une convention nationale. Plus précisément, la FPLQ a la responsabilité d'organiser et de réglementer les étapes suivantes du transport : le ramassage du lait chez les producteurs, l'acheminement du lait aux usines de transformation et la distribution des produits laitiers aux commerçants. C'est dans le but d'optimiser le processus de transport du lait avant sa transformation que la Fédération a voulu travailler en collaboration avec les participants du Premier atelier de résolution de problèmes industriels de Montréal, parrainé par MITACS et le rcm₂.

2. Description du problème

Dans le cadre de cet atelier, nous avons donc cherché à développer des stratégies afin d'aider la FPLQ à résoudre le problème du ramassage de lait chez les producteurs et de l'acheminement du lait aux

usines de transformation. En 2006, le Québec comptait près de 7390 fermes laitières dispersées sur un vaste territoire. Pour assurer le ramassage de lait chez les producteurs et son acheminement aux usines de transformation, la FPLQ compte sur des transporteurs privés avec lesquels elle a signé des contrats. Ainsi, une flotte totale de 274 véhicules de différents types, effectuant 592 circuits chaque jour, assure le transport du lait. Ces précisions donnent une idée de l'envergure du problème auquel la Fédération fait face. Actuellement, les tournées de véhicules sont partiellement déterminées par une procédure automatisée ; elles sont ensuite peaufinées par des employés qui sont des experts de la répartition des véhicules.

Le problème proposé par la FPLQ est un cas particulier de problème de tournées de véhicules (PTV), selon la terminologie de la recherche opérationnelle dans le domaine des transports. Dans ce qui suit, les caractéristiques du problème en question seront examinées de plus près. On constatera que ce problème complexe n'a pas le format d'un problème classique de tournées de véhicules, tel qu'étudié dans les articles scientifiques. On dira donc que ce problème concret est un problème *riche* de tournées de véhicules.

2.1. CARACTÉRISTIQUES DU PROBLÈME DE LA FPLQ

Pour effectuer le ramassage du lait, les transporteurs disposent d'une flotte hétérogène comportant cinq types de véhicules. Ceux-ci peuvent contenir de 14000 litres à 35000 litres de lait, et leurs frais d'exploitation varient d'un modèle à l'autre. Des contraintes restreignent l'accès des camions volumineux à certains sites de ramassage (fermes) ou de distribution (usines). De plus, la journée de travail d'un camionneur ne peut pas dépasser 15 heures et lorsque celle-ci dépasse 12 heures, le salaire du camionneur augmente d'environ 40%. Dans les articles sur le sujet, ces caractéristiques sont résumées de la manière suivante : le problème de la FPLQ est un PTV avec une flotte de véhicules hétérogène, des contraintes de capacité et des contraintes de durée des tournées de véhicules.

On appelle *circuit* la tournée effectuée par un véhicule et qui consiste à ramasser le lait chez différents producteurs et à l'acheminer à une usine de transformation. On considère qu'un circuit est scindé en quatre segments, décrits ci-dessous. Notez qu'un véhicule part d'un dépôt et retourne au même dépôt une fois sa tournée terminée.

- segment 1 : du dépôt jusqu'au premier producteur
- segment 2 : du premier producteur jusqu'au dernier producteur
- segment 3 : de la fin du ramassage jusqu'à l'usine de transformation
- segment 4 : de l'usine de transformation jusqu'au dépôt

La détermination du circuit d'un véhicule donné implique qu'il faut choisir non seulement les producteurs desservis par ce véhicule, mais aussi l'usine à laquelle le lait sera acheminé avant que le véhicule ne retourne à son dépôt. La figure 1 illustre une tournée de véhicule. Dans un problème classique de tournées de véhicule, il n'est pas nécessaire de choisir une usine par tournée ; la confection de tournées est donc plus complexe dans le cas de la FPLQ.

Par ailleurs, la formule donnant les coûts de transport, adoptée à la fois par la FPLQ et les transporteurs, est particulièrement complexe. La formule en question a pour but d'estimer correctement les frais d'exploitation des transporteurs. Par exemple, elle tient compte des coûts d'amortissement de l'équipement et des coûts du carburant et de la main-d'oeuvre. La description complète de ces coûts se trouve dans un document officiel d'une vingtaine de pages (cf. [2]). Toutefois, dans le cadre

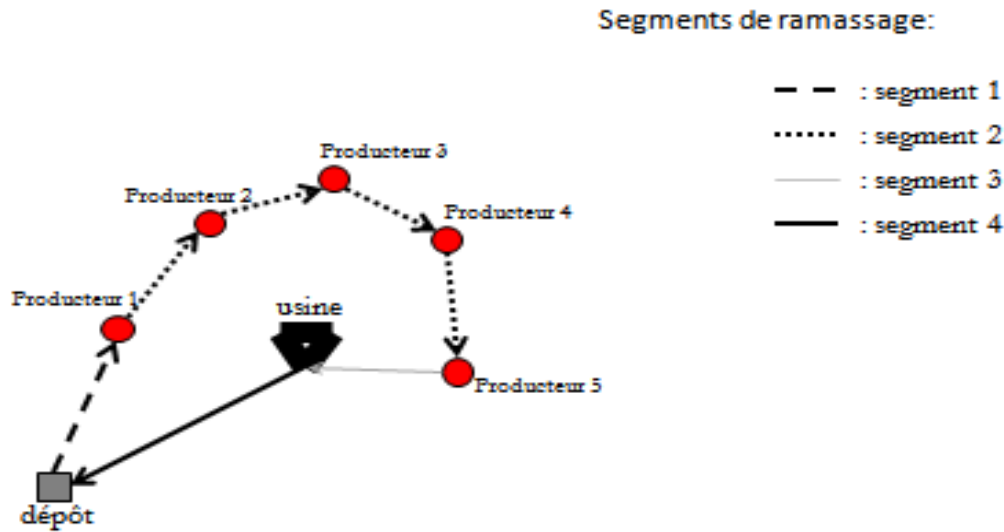


Figure 1. Illustration des quatre segments dans un circuit de ramassage de lait

de ce projet, nous ne nous intéresserons qu'aux coûts les plus importants, c'est-à-dire les coûts de la main-d'oeuvre et du carburant. Notons que pour estimer le coût d'un circuit, il suffit d'estimer sa longueur et la durée de son parcours, étant donné que le prix du carburant et le taux horaire d'un camionneur sont connus a priori. Or, pour une suite donnée de producteurs à visiter suivie d'une usine à desservir, il est facile d'évaluer la longueur du circuit associé à cette suite, mais il est plus difficile d'estimer le temps nécessaire pour parcourir le circuit.

Afin de tenter de simuler les délais encourus par un camion lors du ramassage en milieu rural, la convention de transport évalue la vitesse des camions en fonction des déplacements qu'ils effectuent. Cette évaluation tient compte des opérations requises ainsi que du fait que les véhicules vont moins vite lorsqu'ils sont remplis. Rappelons que les trajets des véhicules sont subdivisés en quatre segments. Les formules ci-dessous permettent d'évaluer le temps de conduite des camionneurs pour chaque segment.

- segment 1 : de la base jusqu'au premier ramassage

$$t_1 = 2,8 + 1,106505x_1 - 0,10766x_1^{1,3},$$

où x_1 dénote le nombre de kilomètres de la base au premier ramassage. La vitesse de ce segment, $v_1 = x_1/t_1$, ne peut être supérieure à 85 km/h ni inférieure à 10 km/h. Si c'est le cas, le nombre de minutes retenues pour ce segment est déterminé en utilisant la borne la plus proche.

- segment 2 : durant le ramassage

$$t_2 = 17,5 + 13,58662x_2 - 9,20408x_2^{1,05} - 18,6158\frac{x_2}{y} + 1,401566\frac{x_2^{1,7}}{y},$$

où x_2 dénote le nombre de kilomètres entre le premier et le dernier producteur, moins le nombre de kilomètres au-delà de 34 km entre deux producteurs consécutifs, et y dénote le nombre de producteurs sur ce segment. La vitesse ne peut être supérieure à 45 km/h ni inférieure à 10 km/h. Si c'est le cas, le nombre de minutes retenues pour ce segment est déterminé en utilisant la borne la plus proche.

- segment 3 : de la fin du ramassage jusqu'à l'usine de transformation

$$t_3 = 3,8 + 1,901233x_3 - 0,96033x_3^{1,05},$$

où x_3 dénote le nombre de kilomètres entre le dernier producteur et l'usine, plus le nombre de kilomètres au-delà de 34 km entre deux producteurs consécutifs. Cette vitesse ne peut être supérieure à 85 km/h ni inférieure à 10 km/h. Si c'est le cas, le nombre de minutes retenues pour ce segment est déterminé en utilisant la borne la plus proche.

- segment 4 : de l'usine à la base

$$t_4 = 0,4 + 1,378538x_4 - 0,17215x_4^{1,03},$$

où x_4 dénote le nombre de kilomètres entre l'usine et la base. La vitesse ne peut être supérieure à 85 km/h ni inférieure à 10 km/h sur ce segment. Si c'est le cas, le nombre de minutes retenues pour ce segment est déterminé en utilisant la borne la plus proche.

L'objectif visé par la FPLQ est évident : concevoir un ensemble de tournées de véhicules qui utilise les véhicules disponibles afin de transporter à moindre coût le lait des producteurs vers les usines, et ce, tout en respectant les contraintes. Le but de ce projet est donc de mettre au point des stratégies susceptibles de produire de meilleures solutions que celles présentement obtenues par la FPLQ.

3. Méthodes de résolution du problème et résultats préliminaires

Pour résoudre le problème de la FPLQ, deux approches de résolution ont été développées. Dans un premier temps, nous avons travaillé sur une approche basée sur l'application d'une métaheuristique ; dans un deuxième temps, nous avons conçu une approche multiphases.

3.1. APPROCHE DIRECTE

La première approche de résolution du problème est une méthode de recherche avec tabous, c'est-à-dire une métaheuristique de recherche locale qui explore l'espace des solutions en se déplaçant d'une solution courante s à la meilleure solution dans son voisinage $N(s)$. Contrairement aux méthodes d'amélioration traditionnelles, la méthode de recherche avec tabous permet d'examiner temporairement des solutions moins bonnes que la meilleure solution trouvée jusque là. Des mécanismes imposant des tabous pour certains déplacements sont alors mis en oeuvre pour éviter que la recherche ne cycle.

L'algorithme que nous avons utilisé pour résoudre le problème étudié est celui développé par Cordeau, Laporte et Mercier [1]. Dans cette méthode, le voisinage d'une solution est obtenu en déplaçant un client de sa tournée courante vers une autre tournée et en choisissant la position qui minimise les coûts dans la nouvelle tournée. Ainsi, pendant chaque itération, tous les déplacements d'un seul producteur d'une tournée à l'autre sont examinés. Si un déplacement non tabou améliore la solution, on l'applique, et si aucun déplacement n'améliore la solution, on applique le meilleur déplacement et on décrète qu'il sera tabou par la suite. De plus, des mécanismes de diversification et d'aspiration sont utilisés afin d'aider l'algorithme à mieux explorer l'espace des solutions. Pour plus de détails sur l'algorithme, nous suggérons au lecteur de se reporter à l'article de Cordeau, Laporte et Mercier [1].

Dans les formules proposées par la FPLQ pour évaluer les temps de transport sur les segments d'une tournée de véhicule, on remarque que les temps ne varient pas linéairement en fonction des distances. Cette complexité dans l'évaluation des coûts fait en sorte qu'il est difficile de déterminer rapidement l'impact d'une modification dans une tournée. Si on considère que le coût d'une tournée est fonction de sa longueur totale seulement, on peut évaluer plus facilement le coût d'une modification. Par exemple, le coût d'insérer un client k dans une tournée entre deux clients i et j peut être évalué en calculant le coût $c(i, k, j)$ de faire le détour par le client k , ce qui donne

$$c(i, k, j) = C(d(i, k) + d(k, j) - d(i, j)),$$

où $d(i, j)$ dénote la distance entre le client i et le client j et C dénote une constante quelconque, par exemple, une constante proportionnelle au prix de l'essence. Afin de simplifier les calculs, nous avons donc cherché à déterminer si les fonctions de temps de parcours données ci-dessus ne pouvaient pas être estimées à l'aide de fonctions linéaires. Nous nous sommes surtout penchés sur le segment de ramassage du lait chez les producteurs puisque celui-ci est le plus important dans une tournée de véhicule. Le graphique de la figure 2 représente le temps de parcours d'un véhicule en fonction de la distance parcourue pour un nombre donné de fermes (c'est-à-dire de producteurs de lait).

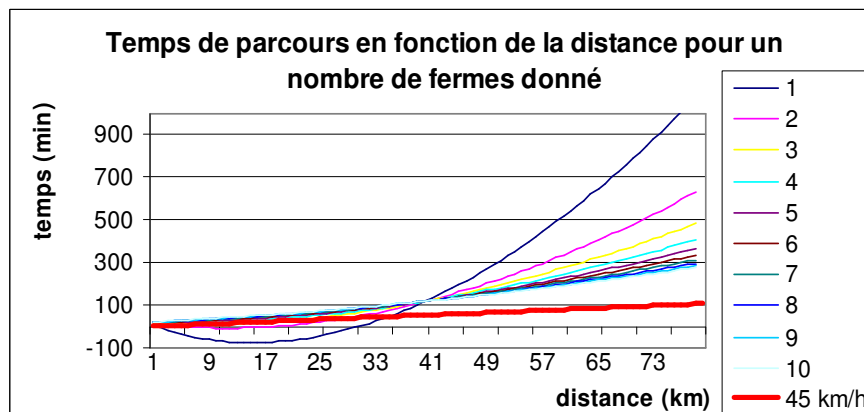


Figure 2. Graphique illustrant le temps de parcours en fonction de la distance pour un nombre donné de producteurs de lait

On constate que plus le nombre de producteurs augmente, plus la fonction ressemble à une fonction linéaire. Comme un camion dessert en général plus de six producteurs, nous avons jugé raisonnable de supposer que le temps de parcours est proportionnel à la distance parcourue. Notons qu'à un camion donné est affectée une usine, c'est-à-dire qu'un camion visite un certain nombre de producteurs et livre leur lait à une usine spécifiée à l'avance.

Évidemment, avant que nous puissions résoudre le problème avec l'algorithme de recherche avec tabous, les données fournies par la FPLQ ont dû être importées, converties et mises en forme. Par la suite, le problème a été résolu grâce à l'algorithme de recherche avec tabous en utilisant une approximation linéaire du temps de parcours. Après avoir laissé l'algorithme tourner pendant une dizaine de secondes, nous avons obtenu un ensemble de tournées de véhicules que nous avons comparées avec les tournées effectuées par les transporteurs de la FPLQ. Pour certains exemplaires du problème, nous avons pu obtenir des tournées dont la longueur était de 10% inférieure à celle des tournées de la FPLQ. Ces résultats sont très prometteurs et nous pensons que l'application de cette méthode de résolution pourrait être bénéfique pour la FPLQ.

3.2. APPROCHE MULTI-PHASES

Nous avons aussi exploré la possibilité d'une autre approche pour résoudre le problème. Cette méthode comporte deux phases : une phase de regroupement des producteurs et d'affectation des regroupements aux usines, et une phase d'ordonnancement.

La phase de regroupement consiste à former des sous-groupes de producteurs tels que la quantité totale de lait à ramasser dans un sous-groupe ne dépasse pas la capacité Q_k d'un véhicule k . Notons que N dénote l'ensemble des producteurs, K l'ensemble des véhicules, q_i la quantité de lait à ramasser chez le producteur no i , et L_k l'ensemble des usines qui peuvent être affectées au véhicule k . Chaque sous-groupe a un "centre", c'est-à-dire un producteur donné appartenant à ce sous-groupe. La solution d'un modèle de programmation mathématique permettra de déterminer les sous-groupes de producteurs.

Avant de présenter ce modèle, notons que le coût $c_1(i, j)$ d'affecter un producteur j à un sous-groupe centré en i est estimé par $c_1(i, j) = d(i, j)$. D'autre part, le coût $c_2(i, l, k)$ d'affecter une usine l à un sous-groupe centré en i et desservi par le véhicule k est estimé par $c_2(i, l, k) = d(i, l) + d(l, b_k)$, où b_k est le dépôt du véhicule k . Les variables du modèle sont les x_{ij} (pour $i \in N$ et $j \in N$), les y_i (pour $i \in N$), et les w_{ikl} (pour $i \in N$, $k \in K$ et $l \in L_k$). Ces variables sont définies ci-dessous.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le producteur } j \text{ appartient au sous-groupe centré en } i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si le producteur } i \text{ est le centre d'un sous-groupe} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$w_{ikl} = \begin{cases} 1 & \text{si le sous-groupe centré en } i \text{ est desservi par le véhicule } k \text{ apportant le lait à l'usine } l \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous pouvons maintenant présenter le modèle de programmation mathématique mentionné ci-dessus, où m dénote le nombre de sous-groupes (fixé a priori).

$$\text{minimiser } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_1(i, j) x_{ij} + \sum_{i \in N} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} c_2(i, l, k) w_{ikl} \quad (36)$$

$$\sum_{i \in N} y_i = m \quad (37)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in N \quad \forall j \in N \quad (38)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (39)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L_k} w_{ikl} = y_i \quad \forall i \in N \quad (40)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{l \in L_k} w_{ikl} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (41)$$

$$\sum_{j \in N} q_j x_{ij} \leq Q_k + M \left(1 - \sum_{l \in L_k} w_{ikl} \right) \quad \forall i \in N \quad \forall k \in K \quad (42)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad \forall j \in N \quad (43)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad (44)$$

$$w_{ikl} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad \forall k \in K \quad \forall l \in L_k \quad (45)$$

La contrainte (37) exprime le fait qu'il y a m sous-groupes. Les contraintes (38) expriment le fait qu'un producteur ne peut être affecté au sous-groupe centré en i que si ce sous-groupe existe. Les contraintes (39) expriment le fait que tout producteur doit être affecté à un sous-groupe. Les contraintes (40) expriment le fait que s'il existe un sous-groupe centré en i , alors un camionneur et une usine devront être affectés à ce sous-groupe. Les contraintes (41) expriment le fait qu'un camionneur ne peut pas effectuer plus d'une tournée. Enfin, les contraintes (42) expriment le fait que si le camionneur k est affecté au sous-groupe centré en i , la quantité de lait qu'il ramassera ne dépassera pas sa capacité. Notons que M est une très grande constante, c'est-à-dire une constante plus grande que la somme de tous les q_j .

Naturellement, la première phase permet de déterminer des sous-groupes seulement ; le modèle ne spécifie pas l'ordre dans lequel les producteurs d'un sous-groupe sont desservis par le camionneur. La deuxième phase consiste donc à déterminer l'ordre dans lequel les producteurs d'un sous-groupe donné seront desservis par le camionneur, qui devra ensuite apporter le lait à l'usine choisie et retourner à son dépôt. Ce sous-problème est en réalité un problème de commis-voyageur, avec la contrainte que les deux derniers lieux de la tournée (l'usine et le dépôt) sont fixés. Plusieurs algorithmes sophistiqués ont été proposés pour résoudre le problème du commis-voyageur (cf. Laporte [3]). Malheureusement nous n'avons pas pu mettre en oeuvre la deuxième phase, mais nous pensons qu'elle pourrait donner des résultats intéressants.

4. Conclusion

Dans le cadre de cet atelier, nous avons proposé deux stratégies pour résoudre le problème du ramassage de lait de la FPLQ. Le problème de la FPLQ est un problème riche de tournées de véhicules caractérisé par des fonctions complexes estimant le temps de parcours des tournées et par le fait qu'à la fin d'une tournée de ramassage de lait, le camion doit apporter le lait à une usine. La première méthode proposée pour résoudre le problème est l'algorithme de recherche avec tabous de Cordeau, Laporte et Mercier. Celui-ci a été implanté en approximant le temps de parcours d'une tournée par une fonction linéaire de la distance. Les résultats obtenus sont encourageants puisque dans certains cas, nous avons pu trouver des tournées dont la longueur est de 10% inférieure à la longueur des tournées de la FPLQ.

La deuxième méthode comporte deux phases et est basée sur la programmation mathématique. Malheureusement, elle n'a pas été testée, mais nous pensons qu'elle devrait l'être dans un avenir proche. D'autre part, il serait sûrement profitable d'adapter la procédure de recherche avec tabous afin qu'elle prenne en compte les caractéristiques du problème de la FPLQ. Par exemple, on pourrait utiliser les "vraies" fonctions et non pas seulement des approximations linéaires. Le problème auquel fait face la FPLQ est un problème riche qui mérite d'être étudié plus en profondeur. Nous espérons que le présent rapport sera la point des départ d'autres recherches.

Références

1. J.-F. Cordeau, G. Laporte et A. Mercier, *A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows*, Journal of the Operational Research Society **52** (2001), 928-936.
2. FPLQ, *Annexe F : Formule d'établissement des tarifs de transport pour les circuits de ramassage et de livraison du lait*, Convention de transport du lait, novembre 2006.
3. G. Laporte, *The traveling salesman problem : An overview of exact and approximate algorithms*, European Journal of Operational Research **40** (1992), 1086-1094.